

## I. План индивидуальной работы с одарёнными детьми

Мероприятия	Форма	Сроки проведения	Результаты	
			Участники	Призовые места
Урочные и внеурочные мероприятия				
Индивидуальные занятия	консультация	1 раз в неделю		
Участие в школьных предметных олимпиадах	олимпиада по математике	В течение года		
Участие в районных предметных олимпиадах	олимпиада по математике	В течение года		
Конкурсы разных уровней		В течение года		

## Учебно-тематические занятия с одаренными детьми

### 8-9 классы

№ п/п	Название темы	Кол-во часов	Дата
1	Числовые ребусы. Восстановление цифр натуральных чисел. Решение олимпиадных задач	1	ноябрь
2	Уравнения первой степени с двумя неизвестными в целых числах. Решение олимпиадных задач	1	ноябрь
3	Неравенства в целых числах	1	декабрь
4	Принцип Дирихле. Принцип крайнего	1	декабрь
5	Графы	1	январь
6	Логические задачи	1	февраль
7	Многочлены	1	февраль
8	Тождественные преобразования. Преобразования выражений	1	март
9	Функции	1	март
10	Планиметрия	1	апрель
11	Задачи повышенной трудности, содержащие проценты	1	апрель
12	Итоговое занятие	1	май

В качестве практических заданий рекомендуется использовать задания предметных олимпиад по математике разных уровней. В работе с учащимися основной школы используются доступные **сборники олимпиадных задач**.

1. Сборник заданий международной олимпиады «Innopolis Open» по профилю «Математика» 2018 - 2023 учебные года/ Составители: Бебчук Д.Е., Шилов Н.В., Бибииков П.В., Гаврилюк А.А., Киселев О.М., Климчик А.С., Бродский Д.Ю., Меньщиков А.Б., Соловьев Р.Ю., Макарова А.О., Статкевич И.А.; - 1-е изд.

2. Казнина А.И. (сост.). Всероссийская олимпиада школьников по математике. Школьный и муниципальный этапы

3. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6--11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. -- М. : Просвещение, 2010. -- 192 с. : ил. -- (Пять колец).

4. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8--11 классы / [Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др.]. -- М. : Просвещение, 2010. -- 239 с. : ил. -- (Пять колец).

5. Балаян Э.Н. Олимпиадная и занимательная задачи по математике / Э.Н. Балаян. -- 3-е изд. -- Ростов н/Д : Феникс, 2008. -- 364, [1] с.: ил. -- (Библиотека учителя).

6. Галкин Е. В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: Учеб. пособие для учащихся 7--11 кл. -- Челябинск: Взгляд, 2005. -- 271 с. -- (Нестандартные задачи по математике)

7. Севрюков. П. Ф. Подготовка к решению олимпиадных задач по математике / П. Ф. Севрюков. -- Изд. 2-е. -- М. : Илекса ; Народное образование ; Ставрополь : Сервисшкола, 2009. - 112 с.

8. Шеховцов В. А. Олимпиадные задания по математике. 9-11 классы: решение олимпиадных задач повышенной сложности / авт.-сост. В. А. Шеховцов. - Волгоград: Учитель, 2009. - 99 с.

## Решение олимпиадных задач

### ЗАДАНИЯ 2022–2023 УЧЕБНОГО ГОДА

#### Задания 1-го отборочного тура

##### 7 класс

**Задача 1 (рекуррентные последовательности, текстовые задачи).** Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами. Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством  $\emptyset$ . Ну а если для какого-либо натурального числа  $n \geq 0$  представление этого числа  $A_n$  уже построено, то попробуем представить следующее число  $(n + 1)$  множеством  $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$ : его элементы – это все элементы  $A_n$  и, кроме того, множество, состоящее из всех элементов  $A_n$ .

Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

$$A_0 = \emptyset;$$

$$A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\};$$

$$A_2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}.$$

Сколько элементов содержит множество  $A_{24}$ ?

(Н.В. Шилов)

**Задача 2 (текстовые задачи).** Зубной врач запретил Кате есть больше десяти конфет в день. Более того, если в какой-то день Катя съедает больше семи конфет, то в следующие

два дня ей нельзя есть более пяти конфет в день. Какое максимальное количество конфет может съесть Катя за 25 дней, пока действуют ограничения врача?

(А.А. Гаврилюк)

**Задача 3 (числовые последовательности).** Маленький Рон Уизли выучил заклинание умножения конфет, которое превращает  $N$  имеющихся у вас конфет в  $3N + 2$  конфеты. Сколько конфет стало у Рона к приходу мамы, если начал он с двух конфет и успел произнести заклинание 14 раз?

(Н.В. Шилов)

**Задача 4 (текстовые задачи).** Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 6 км. Саша едет на велосипеде со скоростью  $5v$ , папа бежит трусцой со скоростью  $2v$ , дедушка идет прогулочным шагом со скоростью  $v$ . Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние  $d > 0$ . Найдите наименьшее  $d$ , при котором все трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

(Н.В. Шилов)

**Задача 5 (текстовые задачи).** Для того, чтобы развести костёр, хоббитам необходимы кремьень, кресало и трут. Перед походом компания из 11 юных хоббитов закупила по 6 штук кремней, кресал и коробочек с трутом и разложила их как попало по своим рюкзакам – известно лишь, что в каждый рюкзак не могло попасть более одного предмета каждого вида (кремня, кресала или трута), но по одному каждого вида – могли. Тёмной ночью хоббиты случайно разделились на 2 группы. Докажите, что хотя бы одна из групп сможет развести костёр и послать сигнал другой.

(Н.В. Шилов)

**Задача 6 (математические игры).** Петя и Витя играют в игру, по очереди закрашивая в клетчатом квадрате  $7 \times 7$  по клеточкам прямоугольники размера  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$  и  $2 \times 2$  каждый в свой цвет (у Пети – красный, у Вити – зеленый).

Перекрашивать клетки нельзя, изначально все игровое поле белое, незакрашенное. Кто не может сделать очередной ход, тот проигрывает. Может ли кто-то из них обеспечить себе победу независимо от игры соперника? Как ему следует действовать

## 8–9 класс

**Задача 1 (числовые последовательности).** Маленький Рон Уизли выучил заклинание умножения конфет, которое превращает  $N$  имеющихся у вас конфет в  $3N + 2$  конфеты. Сколько конфет стало у Рона к приходу мамы, если начал он с двух конфет и успел произнести заклинание 14 раз?

(Н.В. Шилов)

**Задача 2 (анализ).** В каждую клетку таблицы  $100 \times 100$  вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 100, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 200, и так далее – в  $i$ -ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа  $k, 2k, 3k, \dots, 100k$ . Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

**Задача 3 (планиметрия).** Треугольник  $AOB$  – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой  $AB$ . Точки  $C$  и  $D$  расположены на отрезках  $AO$ ,  $OB$  соответственно так, что  $CD \parallel AB$ . Построен  $\triangle C1OD1$ , равный треугольнику  $COD$ , причем точки  $A, C1, D1$  лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь  $\triangle AD1B$ , если  $AB = 12$ ,  $CD = 7$ .

(Н.В. Шилов) 125

**Задача 4 (планиметрия).** Пакмыши живут на плоскости и едят круглые сыры. Форма пакмыши (см. рисунок) – круг: когда пакмышь ест, ровно половину этого круга составляют страшные зубастые челюсти. Пакмышь может откусить все, что в неё войдёт. Пакмышь всегда честная (в команде она откусывает поровну с другими пакмышами) и рациональная (откусывает самый большой из возможных кусков и знает, как это сделать). Пакмышь наелась, если откусила от сыра столько, сколько может откусить от него в одиночку.

Две одинаковые пакмыши нашли круглый сыр диаметра  $b$  и кусают его одновременно один раз.

Найдите наименьшую возможную площадь оставшегося куска сыра, если известно, что пакмыши наелись.

(Н.В. Шилов)

**Задача 5 (математические игры).** Петя и Витя играют в игру, по очереди закрашивая в клетчатом квадрате  $7 \times 7$  по клеточкам прямоугольники размера  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$  и  $2 \times 2$  каждый в свой цвет (у Пети – красный, у Вити – зеленый). Перекрашивать клетки нельзя, изначально все игровое поле белое, незакрашенное. Кто не может сделать очередной ход, тот проигрывает. Может ли кто-то из них обеспечить себе победу независимо от игры соперника? Как ему следует действовать?

**Задача 6 (рекуррентные последовательности, многочлены).** Последовательность многочленов  $P_n(x)$ , где  $n \geq 0$  – целое число, задана рекуррентно:  $P_0(x)$  тождественно равен единице (то есть  $P_0(x) \equiv 1$ ), и  $P_{n+1}(x) = x^{7(n+1)} - P_n(x)$  для всех  $n \geq 0$ . Для каждого  $n \geq 0$  найти все вещественные корни  $P_n(x)$ .

(Н.В. Шилов)