

I. План индивидуальной работы с одарёнными детьми

Мероприятия	Форма	Сроки проведения	Результаты	
			Участники	Призовые места
Урочные и внеурочные мероприятия				
Индивидуальные занятия	консультация	1 раз в неделю		
Участие в школьных предметных олимпиадах	олимпиада по математике	В течение года		
Участие в районных предметных олимпиадах	олимпиада по математике	В течение года		
Конкурсы разных уровней		В течение года		

Учебно-тематические занятия с одаренными детьми

8-9 классы

№ п/п	Название темы	Кол-во часов	Дата
1	Числовые ребусы. Восстановление цифр натуральных чисел. Решение олимпиадных задач	1	ноябрь
2	Уравнения первой степени с двумя неизвестными в целых числах. Решение олимпиадных задач	1	ноябрь
3	Неравенства в целых числах	1	декабрь
4	Принцип Дирихле. Принцип крайнего	1	декабрь
5	Графы	1	январь
6	Логические задачи	1	февраль
7	Многочлены	1	февраль
8	Тождественные преобразования. Преобразования выражений	1	март
9	Функции	1	март
10	Планиметрия	1	апрель
11	Задачи повышенной трудности, содержащие проценты	1	апрель
12	Итоговое занятие	1	май

В качестве практических заданий рекомендуется использовать задания предметных олимпиад по математике разных уровней. В работе с учащимися основной школы используются доступные **сборники олимпиадных задач**.

1. Сборник заданий международной олимпиады «Innopolis Open» по профилю «Математика» 2018 - 2023 учебные года/ Составители: Бебчук Д.Е., Шилов Н.В., Бибииков П.В., Гаврилюк А.А., Киселев О.М., Климчик А.С., Бродский Д.Ю., Меньщиков А.Б., Соловьев Р.Ю., Макарова А.О., Статкевич И.А.; - 1-е изд.

2. Казнина А.И. (сост.). Всероссийская олимпиада школьников по математике. Школьный и муниципальный этапы

3. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6--11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. -- М. : Просвещение, 2010. -- 192 с. : ил. -- (Пять колец).

4. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8--11 классы / [Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др.]. -- М. : Просвещение, 2010. -- 239 с. : ил. -- (Пять колец).

5. Балаян Э.Н. Олимпиадная и занимательная задачи по математике / Э.Н. Балаян. -- 3-е изд. -- Ростов н/Д : Феникс, 2008. -- 364, [1] с.: ил. -- (Библиотека учителя).

6. Галкин Е. В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: Учеб. пособие для учащихся 7--11 кл. -- Челябинск: Взгляд, 2005. -- 271 с. -- (Нестандартные задачи по математике)

7. Севрюков. П. Ф. Подготовка к решению олимпиадных задач по математике / П. Ф. Севрюков. -- Изд. 2-е. -- М. : Илекса ; Народное образование ; Ставрополь : Сервисшкола, 2009. - 112 с.

8. Шеховцов В. А. Олимпиадные задания по математике. 9-11 классы: решение олимпиадных задач повышенной сложности / авт.-сост. В. А. Шеховцов. - Волгоград: Учитель, 2009. - 99 с.

Решение олимпиадных задач

ЗАДАНИЯ 2022–2023 УЧЕБНОГО ГОДА

Задания 1-го отборочного тура

7 класс

Задача 1 (рекуррентные последовательности, текстовые задачи). Рон Уизли повзрослел и понял, что в Хогвартсе он изучил магию, но не изучил математики. Изучение математики он начал с теории множеств и натуральных чисел (включая число 0). Первым делом он задумался, как представить натуральные числа множествами. Рон рассуждал следующим образом: ноль естественно представлять пустым множеством \emptyset . Ну а если для какого-либо натурального числа $n \geq 0$ представление этого числа A_n уже построено, то попробуем представить следующее число $(n + 1)$ множеством $A_{n+1} = \{A_n, \{A_n\}\}$: его элементы – это все элементы A_n и, кроме того, множество, состоящее из всех элементов A_n .

Рон Уизли не поленился и выписал представление трех первых (начиная с 0) натуральных чисел:

$$A_0 = \emptyset;$$

$$A_1 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\};$$

$$A_2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}.$$

Сколько элементов содержит множество A_{24} ?

(Н.В. Шилов)

Задача 2 (текстовые задачи). Зубной врач запретил Кате есть больше десяти конфет в день. Более того, если в какой-то день Катя съедает больше семи конфет, то в следующие

два дня ей нельзя есть более пяти конфет в день. Какое максимальное количество конфет может съесть Катя за 25 дней, пока действуют ограничения врача?

(А.А. Гаврилюк)

Задача 3 (числовые последовательности). Маленький Рон Уизли выучил заклинание умножения конфет, которое превращает N имеющихся у вас конфет в $3N + 2$ конфеты. Сколько конфет стало у Рона к приходу мамы, если начал он с двух конфет и успел произнести заклинание 14 раз?

(Н.В. Шилов)

Задача 4 (текстовые задачи). Саша, папа и дедушка гуляют в парке по замкнутой дорожке длины 6 км. Саша едет на велосипеде со скоростью $5v$, папа бежит трусцой со скоростью $2v$, дедушка идет прогулочным шагом со скоростью v . Саша и папа начали путь одновременно с точки «Старт», а дедушка в этот момент отставал от них на расстояние $d > 0$. Найдите наименьшее d , при котором все трое – Саша, папа и дедушка – встретятся в одной точке. Ответ выразите в километрах.

(Н.В. Шилов)

Задача 5 (текстовые задачи). Для того, чтобы развести костёр, хоббитам необходимы кремьень, кресало и трут. Перед походом компания из 11 юных хоббитов закупила по 6 штук кремней, кресал и коробочек с трутом и разложила их как попало по своим рюкзакам – известно лишь, что в каждый рюкзак не могло попасть более одного предмета каждого вида (кремня, кресала или трута), но по одному каждого вида – могли. Тёмной ночью хоббиты случайно разделились на 2 группы. Докажите, что хотя бы одна из групп сможет развести костёр и послать сигнал другой.

(Н.В. Шилов)

Задача 6 (математические игры). Петя и Витя играют в игру, по очереди закрашивая в клетчатом квадрате 7×7 по клеточкам прямоугольники размера 1×1 , 1×2 и 2×2 каждый в свой цвет (у Пети – красный, у Вити – зелёный).

Перекрашивать клетки нельзя, изначально все игровое поле белое, незакрашенное. Кто не может сделать очередной ход, тот проигрывает. Может ли кто-то из них обеспечить себе победу независимо от игры соперника? Как ему следует действовать

8–9 класс

Задача 1 (числовые последовательности). Маленький Рон Уизли выучил заклинание умножения конфет, которое превращает N имеющихся у вас конфет в $3N + 2$ конфеты. Сколько конфет стало у Рона к приходу мамы, если начал он с двух конфет и успел произнести заклинание 14 раз?

(Н.В. Шилов)

Задача 2 (анализ). В каждую клетку таблицы 100×100 вписано число: в верхнем ряду слева направо в порядке возрастания записаны все натуральные числа от 1 до 100, во втором ряду сверху в порядке возрастания слева направо записаны все чётные числа от 2 до 200, и так далее – в i -ой сверху строке в порядке возрастания слева направо записаны числа $k, 2k, 3k, \dots, 100k$. Рассмотрим диагональ, которая идёт из нижнего левого угла в правый верхний. Найдите наибольшее число, записанное в ней.

Задача 3 (планиметрия). Треугольник AOB – равнобедренный прямоугольный с гипотенузой AB . Точки C и D расположены на отрезках AO , OB соответственно так, что $CD \parallel AB$. Построен $\triangle C1OD1$, равный треугольнику COD , причем точки $A, C1, D1$ лежат на одной прямой в указанном порядке. Вычислите площадь $\triangle AD1B$, если $AB = 12$, $CD = 7$.

(Н.В. Шилов) 125

Задача 4 (планиметрия). Пакмыши живут на плоскости и едят круглые сыры. Форма пакмыши (см. рисунок) – круг: когда пакмышь ест, ровно половину этого круга составляют страшные зубастые челюсти. Пакмышь может откусить все, что в неё войдёт. Пакмышь всегда честная (в команде она откусывает поровну с другими пакмышами) и рациональная (откусывает самый большой из возможных кусков и знает, как это сделать). Пакмышь наелась, если откусила от сыра столько, сколько может откусить от него в одиночку.

Две одинаковые пакмыши нашли круглый сыр диаметра b и кусают его одновременно один раз.

Найдите наименьшую возможную площадь оставшегося куска сыра, если известно, что пакмыши наелись.

(Н.В. Шолов)

Задача 5 (математические игры). Петя и Витя играют в игру, по очереди закрашивая в клетчатом квадрате 7×7 по клеточкам прямоугольники размера 1×1 , 1×2 и 2×2 каждый в свой цвет (у Пети – красный, у Вити – зеленый). Перекрашивать клетки нельзя, изначально все игровое поле белое, незакрашенное. Кто не может сделать очередной ход, тот проигрывает. Может ли кто-то из них обеспечить себе победу независимо от игры соперника? Как ему следует действовать?

Задача 6 (рекуррентные последовательности, многочлены). Последовательность многочленов $P_n(x)$, где $n \geq 0$ – целое число, задана рекуррентно: $P_0(x)$ тождественно равен единице (то есть $P_0(x) \equiv 1$), и $P_{n+1}(x) = x^{7(n+1)} - P_n(x)$ для всех $n \geq 0$. Для каждого $n \geq 0$ найти все вещественные корни $P_n(x)$.

(Н.В. Шолов)